## **基础课43 两直线的位置关系**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **考点考向** | **课标要求** | **真题印证** | **考频热度** | **核心素养** |
| 两条直线平行与垂直 | 掌握 | 2023年北京卷 | ★★☆ | 直观想象数学运算 |
| 两条直线的交点与距离 | 掌握 | 2023年新高考Ⅰ卷  2020年全国Ⅱ卷 | ★★☆ | 直观想象数学运算 |
| 命题分析预测 | 从近几年高考的情况来看，命题热点是利用两条直线平行、垂直的条件求参数.预计2025年高考命题情况变化不大，在复习常规考法的同时，注意知识间的综合训练 | | | |

### **基础知识·诊断**

#### **夯实基础**

##### **一、两条直线的位置关系**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 斜截式 | 一般式 |
| 方程 | ， | , |
| 相交 |  |  |
| 垂直 |  | ② |
| 平行 | 且③ | 或 |
| 重合 | 且④ |  |

##### **二、两条直线的交点坐标**

已知两条直线，相交，则交点的坐标是方程组的解.

【提醒】方程组

##### **三、三种距离**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 点点距 | 点，之间的距离 | ⑤ |
| 点线距 | 点到直线的距离 |  |
| 线线距 | 两条平行直线与间的距离 |  |

###### **知识 拓展**

**确定方程含参数的直线所过定点的方法**

1.将直线方程写成点斜式,从而确定定点.

2.将直线方程整理成参数方程，由方程中各项系数及常数项为0确定定点.

3.先给参数取两个不同的值，再解直线方程构成的方程组，从而确定定点坐标.

#### **诊断自测**

##### **题组1 走出误区**

1. 判一判.（对的打“√”,错的打“×”）

（1） 当直线和的斜率都存在时,一定有.( × )

（2） 已知直线,,且,若,则.( √ )

（3） 如果两条直线与垂直,那么它们的斜率之积一定等于.( × )

（4） 若两直线的方程组成的方程组有唯一解,则两直线相交.( √ )

2. （多选题）（易错题）已知直线和直线，下列说法正确的是( ACD ).

A. 始终过点 B. 若，则或

C. 若，则或 D. 当时，始终不过第三象限

【**易错点**】等价于两直线平行或重合，在由平行关系求参数时，忽视排除重合的情形而致误.

[解析]直线恒过点,，故正确； 当时，，重合，故错误；由，得或，故正确；始终过点，由于，则其斜率为负数，且不会过第三象限，故正确.故选.

##### **题组2 走进教材**

3. （人教A版选修改编）已知,两点到直线的距离相等，则或.

[解析]因为,到直线的距离相等，所以，即，解得或.

4. （人教A版选修改编）已知四边形为正方形，顶点，边所在的直线方程为，则边所在的直线方程为或.

[解析]由题意得，因为，所以，所以边所在的直线方程为，整理得.又正方形的边长，所以顶点到直线的距离为，设，则解得或即或，所以边所在的直线方程为或，整理得或.

##### **题组3 走向高考**

5. [2020·山东卷]直线关于点对称的直线方程为( D ).

A. B. C. D.

[解析]在上任取两点,，这两点关于点的对称点分别为,，则所求直线过,两点，由两点式，得，整理得.故选.

### **考点聚焦·突破**

#### **考点一 两直线的平行与垂直［自主练透］**

1. [2024·河北模拟]“”是“直线与直线互相垂直”的( A ).

A. 充分不必要条件 B. 充要条件

C. 必要不充分条件 D. 既不充分也不必要条件

[解析] 直线与直线互相垂直,

，

或，而“”是“或”的充分不必要条件，

“”是“直线与直线互相垂直”的充分不必要条件.故选.

2. [2024·山东模拟]已知过点和点的直线为,直线为,直线为.若,,则实数的值为( A ).

A. B. C. 0 D. 8

[解析],,解得（经检验,与不重合）.

,,解得，

.故选.

3. [2024·临川模拟]（多选题）已知直线，其中，则( ABD ).

A. 直线恒过点

B. 当时，直线与直线垂直

C. 若直线与直线平行，则

D. 当时，直线在两坐标轴上的截距互为相反数

[解析]对于，当时，，与的取值无关，故直线恒过点，所以正确；

对于，当时，直线的方程为，其斜率为1，而直线的斜率为，所以正确；

对于，若直线与直线平行，则，解得或，所以错误；

对于，当时，直线的方程为，横截距和纵截距分别是，1，互为相反数，所以正确.故选.



**两直线位置关系的判断方法**

|  |  |
| --- | --- |
| 已知两直线的斜率存在 | 两直线平行 两直线的斜率相等且坐标轴上的截距不相等；  两直线垂直 两直线的斜率之积为 |
| 已知两直线的斜率不存在 | 当两直线在轴上的截距不相等时，两直线平行，否则两直线重合 |
| 已知两直线的一般方程 | 设直线，，  若且;  若.此法可避免对斜率是否存在进行讨论 |

#### **考点二 直线的交点坐标与距离公式［自主练透］**

1. 若直线与直线的交点在第一象限，则实数的取值范围是( A ).

A. B. C. D.

[解析]即交点坐标为.因为交点在第一象限，所以.故选.

2. [2024·重庆模拟]设直线与直线的交点为，则点到直线的距离为( D ).

A. B. C. D.

[解析]联立两直线方程即，由点到直线的距离公式可得到直线的距离.故选.

3. [2024·江苏统考]已知两条平行直线和间的距离为，则( B ).

A. , B. , C. , D. ,

[解析]由两直线平行得，解得，再由平行线间的距离公式得.故选.

变式设问 （双空题）若将题3中的条件“”改为“”,则2,.

[解析]由题意得,，得,

则可化为，

所以.



1.求过两直线交点的直线方程的方法

求过两直线交点的直线方程，先解方程组求出两直线的交点坐标，再结合其他条件写出直线方程.

2.利用距离公式解题的注意点

（1）点到直线的距离，到直线的距离；

（2）在应用两平行线间的距离公式时要把两直线方程中,的系数分别化为相等的系数.

#### **考点三 对称问题［多维探究］**

##### **点关于点对称角度1**

典例1 若过点作直线，使它被直线和截得的线段被点平分，则直线的方程为.

[解析]设与的交点为，则由题意知，点关于点的对称点在上，将代入的方程得，解得，即点在直线上，因为点也在直线上，所以利用两点式可得直线的方程为.

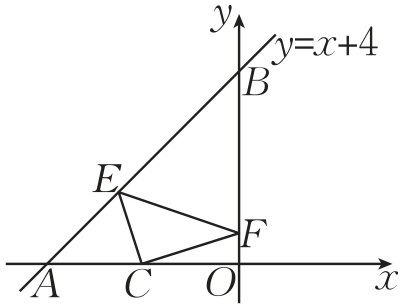


**点关于点的对称**

若点和点关于点对称，则由中点坐标公式得进而求得点的坐标.

##### **点关于线对称角度2**

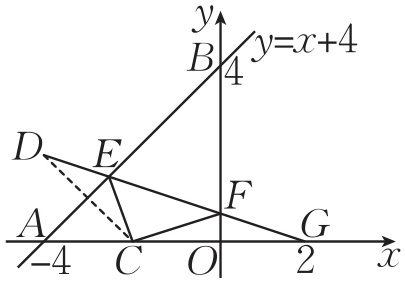
典例2 [2024·南宁诊断]如图，一次函数的图象与轴，轴分别交于点，，已知，，分别为直线和轴上的两个动点，则当周长取得最小值时，点，的坐标分别为( C ).



A. ， B. ，

C. ， D. ，

[解析]如图，作关于轴的对称点，作关于直线的对称点，连接交轴于，交于，



所以,，

此时的周长最小，

即，

因为，直线的方程为，

所以解得

所以，所以直线的方程为，

即，

由解得所以，

令，得，所以,.故选.



**点关于直线的对称**

若点和点关于直线对称，则由方程组

可得到点关于直线对称的点的坐标为（其中,）.

##### **线关于点对称角度3**

典例3 直线关于点对称的直线方程为.

[解析]在对称直线上任取一点,则关于点对称的点为，因为在直线上，所以，即.



**直线关于点的对称**

1.在已知直线上取两点，先利用点关于点对称，求出对称点的坐标，再利用两点式求直线方程.

2.在已知直线上取一点求对称点，利用关于一点对称的两条直线平行，求直线方程.

3.在对称直线上取一点,求出其关于已知点对称的点的坐标，将其代入已知直线的方程可得所求直线的方程.

##### **线关于线对称角度4**

典例4（1） 直线关于直线对称的直线方程是( A ).

A. B. C. D.

[解析]在直线上任取一点，设点关于直线的对称点为，

则解得即，

因为点在直线上，所以，即，所以所求的直线方程为.故选.

（2） 已知直线，直线，若直线关于直线的对称直线为，则直线的方程为.

[解析]由题意知，设直线，在直线上取点，

设点关于直线的对称点为，则

解得,，即，将代入的方程得,，所以直线的方程为.



**直线关于直线的对称**

1.若直线与对称轴平行，则在直线上取一点，求出该点关于轴的对称点，然后用点斜式求解；

2.若直线与对称轴相交，则先求出交点，然后再取直线上一点，求该点关于轴的对称点，最后由两点式求解.

##### **多维训练**

（一题练透）已知直线,点.求:

（1） 点关于直线的对称点的坐标;

[解析]设，由已知条件得

解得所以.

（2） 直线关于直线的对称直线的方程;

[解析]在直线上取一点，

则关于直线的对称点必在直线上.

设对称点，则

解得.

设直线与直线的交点为，联立得.

又直线经点，所以由两点式得到直线的方程为.

（3） （一题多解）直线关于点的对称直线的方程.

[解析]（法一）在直线上取，两点，

则，关于的对称点，均在直线上，

易得，，

再由两点式可得直线的方程为.

（法二）因为，

所以设直线的方程为.

又因为点到两直线，的距离相等，

所以由点到直线的距离公式得，,

解得，所以直线的方程为.

#### **考点四 直线系方程［多维探究］**

##### **平行直线系方程角度1**

典例5 过点且与直线平行的直线方程为.

[解析]设与直线平行的直线方程为，代入点，解得，则所求直线方程为.

##### **垂直直线系方程角度2**

典例6 （同源变式）若将典例5中的“平行”改为“垂直”，其他条件不变，则满足题意的直线方程为 .

[解析]设与直线垂直的直线方程为，代入点，解得，则所求的直线方程为.

##### **两直线交点的直线系方程角度3**

典例7 （一题多解）已知两条直线与的交点为，求过点且与直线垂直的直线的方程.

[解析]（法一：利用点斜式方程）解直线与直线组成的方程组得到交点，因为直线的斜率，所以直线的斜率，所以直线的方程为，即.

（法二：利用垂直直线系方程）设所求直线的方程为，由法一可知，将其代入方程，得，所以直线的方程为.

（法三：利用两直线交点系直线方程）设所求直线的方程为，即，因为，所以，解得，所以直线的方程为.



**几种常见的直线系方程**

1.与直线平行的直线系方程是；

2.与直线垂直的直线系方程是；

3.过直线与直线的交点的直线系方程为，但不包括.

##### **多维训练**

（一题练透）已知直线与的交点为，直线.

（1） 求过点且与直线平行的直线的方程；

[解析]（法一:利用平行直线系方程）设所求直线的方程为，解直线与直线组成的方程组得到交点，代入的方程，得，所以直线的方程为.

（法二：利用两直线交点直线系方程）设所求直线的方程为，即.因为，所以，解得，所以直线的方程为.

（2） 求过点且与直线垂直的直线的方程；

[解析]（法一:利用垂直直线系方程）设所求直线的方程为，解直线与直线组成的方程组得到交点，代入直线的方程，得，所以直线的方程为.

（法二：利用两直线交点直线系方程）设所求直线的方程为，即，因为，所以，解得，所以直线的方程为.

（3） 求过点且与点,等距离的直线的方程.

[解析]设直线的方程为，即，

当,同侧时，直线与直线平行，由两点式可得直线的方程为，则，解得，所以直线的方程为；当,异侧时，直线过的中点，代入，解得，所以直线的方程为.

综上，直线的方程为或.